

**ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ «ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ»

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

## «ΔΙΟΙΚΗΣΗ, ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ»

Master of Science in

Business Administration, Analytics and Information Systems

**Επιχειρησιακή Έρευνα**

**Εργασία Εξαμήνου**

**Κωνσταντίνος Κουτσομπίνας**

Αθήνα 24/12/2024

1. Μοντέλο Γραμμικού προγραμματισμού

**Μεταβλητές:**

Χ1, Χ2, Χ3, Χ4, Χ5, Χ6 : Η ποσότητα παραγωγής προϊόντος για κάθε μήνα 1-6.

**Αντικειμενική Συνάρτηση:**

H αντικειμενική συνάρτηση είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους, όπου κόστος είναι το κόστος παραγωγής + 1.4% επί του κόστους παραγωγής για κάθε αυτοκίνητο που μένει απόθεμα

ΑΡΑ:

Min Z = 23000Χ1 + 24000 Χ2 + 24500 Χ3 + 24500 Χ4 + 24000 Χ5 + 26000 Χ6 +

0.014 \* 23000 (2500 + Χ1 – 1200) +

0.014 \* 24000 (2500 + Χ1 + Χ2 – 1200 – 3800) +

0.014 \* 24500 (2500 + Χ1 + Χ2 + Χ3 - 1200 – 3800 – 5000) +

0.014 \* 24500 (2500 + Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 - 1200 – 3800 – 5000 – 4800) +

0.014 \* 24000 (2500 + Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 - 1200 – 3800 – 5000 – 4800 – 3400) +

0.014 \* 26000 (2500 + Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 - 1200 – 3800 – 5000 – 4800 – 3400 – 3800) =>

Min Z = 23000Χ1 + 24000 Χ2 + 24500 Χ3 + 24500 Χ4 + 24000 Χ5 + 26000 Χ6 +

322 (Χ1 +1300) +

336(Χ1 + Χ2 -2500) +

343 (Χ1 + Χ2 + Χ3 - 7500) +

343 (Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 - 12300) +

336 (Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 - 15700) +

364 (Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 - 19500) =>

Min Z= 23000X1 + 24000X2 + 24500X3 + 24500X4 + 24000X5 + 26000X6 +

322X1 + 418600 +

336X1 + 336X2 – 840000 +

343X1 + 343X2 + 343X3 – 2572500 +

343X1 + 343X2 + 343X3 + 343X4 – 4218900 +

336X1 + 336X2 + 336X3 + 336X4 + 336X5 – 5275200 +

364X1 + 364X2 + 364X3 + 364X4 + 364X5 + 364X6 − 7101000 =>

Min Z=(23000+322+336+343+343+336+364) X1 + (24000+336+343+343+336+364) X2 + (24500+343+343+336+364)X3 + (24500+343+336+364)X4 + (24000+336+364 )X5 + (26000+364)X6 + 418600−840000−2572500−4218900−5275200−7098000=>

**Min Z= 25044 X1 + 25722 X2 + 25886 X3 + 25543 X4 + 24700 X5 + 26364 X6 - 19586000**

**Περιορισμοί:**

1. **Περιορισμός μη αρνητικότητας και ακεραιότητας :**

Χι : ποσότητα παραγωγής άρα για κάθε ι πρέπει Χι >= 0 και Χι: ακέραιο

1. **Δυναμικότητα παραγωγής:**

Α) Χ1 <= 3500

Β) Χ2 <= 4000

Γ) Χ3 <= 4500

Δ) Χ4 <= 4000

Ε) Χ5 <= 800 \* 12 => Χ5 <= 9600

Ζ) Χ6 <= 600 \* 12 => Χ6 <= 7200

1. **Μηνιαία ζήτηση:**

Α) Χ1 + 2500 >= 1200 => Χ1 >= -1300 (ισχύει αφού παραγωγή Χι >= 0)

Β) Χ1 + Χ2 + 1300 >= 3800 => Χ1 + Χ2 >= 2500

Γ) Χ1 + Χ2 + Χ3 -2500 >= 5000 => Χ1 + Χ2 + Χ3 >= 7500

Δ) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 -7500 >= 4800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 >= 12300

Ε) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 -12300 >= 3400 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 >= 15700

Ζ) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 – 15700 >= 3800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 >= 19500

**(Απαλοίφονται αργότερα λόγω των περιορισμών ελαχίστων αποθεμάτων.)**

1. **Μέγιστα – Ελάχιστα Αποθέματα:**

Α1) **Μέγιστο:** Χ1 + 2500 – 1200 <= 5800 => Χ1 <= 4500 (ισχύει από περιορισμό 2Α)

(προκύπτει από 5800 + ελάχιστη συνολική παραγωγή προκειμένου να καλυφθεί ακριβώς η ζήτηση που υπολογίσαμε στο 3Α. Δηλαδή η συνολική παραγωγή μέχρι τον κάθε μήνα μπορεί να είναι το πολύ τοση ωστε να καλύπτει τη ζυνολική ζήτηση μέχρι εκείνο το μήνα + 5800 απόθεμα)

Α2) **Ελάχιστο:** Χ1 + 1300 >= 1200 => Χ1 >= -100 (ισχύει αφού παραγωγή Χι >= 0)

Β1) **Μέγιστο:** Χ1 + Χ2 - 2500 <= 5800 => Χ1 + Χ2 <= 8300 (ισχύει από 2Α + 2Β)

Β2) **Ελάχιστο**: Χ1 + Χ2 – 2500 > = 1200 => Χ1 + Χ2 >= 3800

Γ1) **Μέγιστο:**  Χ1 + Χ2 + Χ3 -7500 <= 5800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 <= 13300 (ισχύει από 2Α-Γ)

Γ2) **Ελάχιστο**: Χ1 + Χ2 + Χ3 -7500 >= 1200 => Χ1 + Χ2 + Χ3 >= 8700

Δ1) **Μέγιστο:** Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 -12300 <= 5800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 <= 18100 (ισχύει από 2Α-Δ)

Δ2) **Ελάχιστο**: Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 -12300 >= 1200 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 >= 13500

Ε1) **Μέγιστο:** Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 -15700 <= 5800 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 <= 21500

(ισχύει από Ζ1 αφού Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 = 20100 – Χ6 και

20100 – Χ6 <= 21500 => Χ6 >= -1400 που ισχύει αφού Χ6 >= 0)

Ε2) **Ελάχιστο**: Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 -15700 >= 1200 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 >= 16900

**Τελευταίος μήνας ισότητα:**

Ζ1) Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 -19500 = 600 => Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 = 20100

**Παρατηρούμε ότι αρκετοί περιορισμοί, υπερκαλύπτονται από κάποιους άλλους. Επίσης οι περιορισμοί της ζήτησης απαλείφονται λόγω των περιορισμών των ελαχίστων αποθεμάτων.**

Συνεπώς το τελικό μοντέλο :

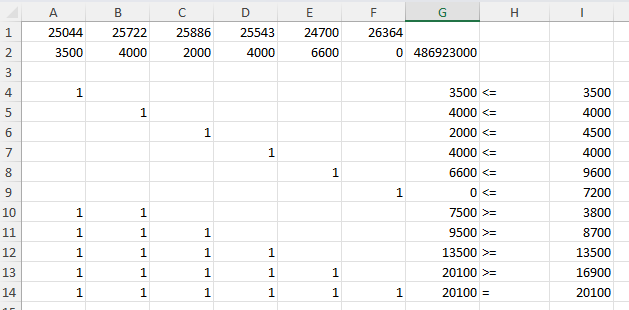
**Min Z= 25044 X1 + 25722 X2 + 25886 X3 + 25543 X4 + 24700 X5 + 26364 X6 - 19586000**

Υπό τους περιορισμούς:

* Χι >=0 για κάθε ι
* Χ1 <= 3500
* Χ2 <= 4000
* Χ3 <= 4500
* Χ4 <= 4000
* Χ5 <= 9600
* Χ6 <= 7200
* Χ1 + Χ2 >= 3800
* Χ1 + Χ2 + Χ3 >= 8700
* Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 >= 13500
* Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 >= 16900
* Χ1 + Χ2 + Χ3 + Χ4 + Χ5 + Χ6 = 20100

1. Εύρεση βέλτιστης λύσης

Η βέλτιστη λύση όπως την βρήκαμε από το solver είναι :



Χ1 = 3500 Χ2 = 4000 Χ3 = 2000 Χ4 = 4000 Χ5 = 6600 Χ6 = 0 Ζ = 486923000

(Δίνεται και το αρχείο excel)

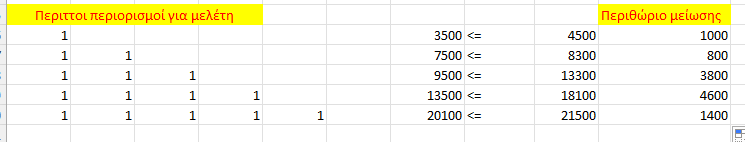


1. Δυναμικότητα παραγωγής.

Η δυναμικότητα παραγωγής εξαντλείται στους μήνες 1,2,4. Στους μήνες αυτούς ο αντίστοιχος περιορισμός σχετικά με την δυναμικότητα παραγωγής είναι κορεσμένος.

1. Περιθώριο μείωσης δυνατότητας αποθήκευσης.

Παρατηρούμε ότι οι περιορισμοί δυνατότητας αποθήκευσης κυριαρχούνται από τους περιορισμούς δυναμικότητας παραγωγής (δεν είναι καν στο τελικό μοντέλο του προβλήματος) . Εκτός από τον περιορισμό της ισότητας (στο πέρας του 6μήνου), όλοι οι άλλοι περιορισμοί δεν είναι κορεσμένοι. Συνεπώς σε όλους τους μήνες 1-5 μπορεί να μειωθεί η δυνατότητα αποθήκευσης. Παρακάτω βλέπουμε και τα περιθώρια μείωσης της δυνατότητας αποθήκευσης για κάθε μήνα.



1. Μείωση κόστους 2ου μήνα

Η δυναμικότητα παραγωγής είναι εξαντλημένη στο 2ο μήνα. Συνεπώς η μείωση του κόστους εκείνο το μήνα δε θα μεταβάλει τη ποσότητα παραγωγής (καθώς μείωση κόστους συνεπάγεται ότι η επιχείρηση έχει συμφέρον να παράξει περισσότερο σε εκείνο το μήνα αλλά αυτό δεν θα ήταν δυνατό). Ωστόσο θα μειωνόταν το συνολικό κόστος της επιχείρησης καθώς θα μεταβαλλόταν ο συντελεστής του Χ2 στην αντικειμενική συνάρτηση.